

初等整数論入門からマスターデーモンの解法まで

FoxQ@foxq_stm

今回の講演の最大の特徴は、現在の高校1年生の知識までを仮定して行うという点です。具体的には、青チャート(改訂版、2017年発効)を参考にして、約数と倍数、整数の割り算と商および余り、合同式、ユークリッドの互除法と1次不定方程式あたりを仮定しています。講演の冒頭にて必要な知識はさらっと見直す予定なので、実質必要な予備知識は小学校の算数程度です。決してB枠詐欺にはしません。なので、みなさん気兼ね無く聞きに来てください。

初等整数論とは、自然数 $1,2,3,4,5,6,7,\dots$ の集合を研究するものです。そこには、奇数、偶数、平方数、素数、合成数、4を法にして1に合同な数、4を法にして3に合同な数、三角数、完全数、ピタゴラス数等々いろいろな数の集合が登場します。これらを可能な範囲でできるだけ紹介していきます。聴講者のみなさんと一緒に初等整数論の世界を冒険していきたいと思います。

今回の講演の最終目標は、数学オリンピックの超難問3選(webサイト:高校数学の美しい物語を参考)の内の1つであるマスターデーモンの解法をみなさんに理解していただくことです。マスターデーモンとは、次の問題です

1990年IMO 中国大会 第3問

2以上の整数 n で $\frac{2^n+1}{n^2}$ が整数となるようなものを全て求めよ。

この問題を上級の道具である(と私が勝手に認識している)LTEの補題を使わずに一緒に解いていこうと思います。使う道具は、フェルマーの小定理、合同式、最大公約数、素因数分解の一意性などです。これらも必要なものについては、証明してから使っていきます。

時間に余裕があれば、その他の整数問題や発展的な数論の話題についても触れていく予定です。

参考文献

1. はじめての数論 原著第3版(平成26年5月10日発行)
2. 改訂版 チャート式 基礎からの数学I+A(2017年2月10日発行)
3. Webサイト:高校数学の美しい物語
(<https://mathtrain.jp/>, <https://mathtrain.jp/mostdifficult>)
4. 初等整数パーフェクトマスター めざせ数学オリンピック(2019年3月10日発行)
5. チャレンジ!整数の問題199(2005年4月25日発行)