

三角圏入門

サクラ (@1997_takahashi)

2019 年 10 月某日

三角圏とは通常の 1-圏に“懸垂”を取る函手とその性質を記述するための構造とを乗せたものであり、歴史的には導来圏の公理化を目指して導入されました。そのため導来圏が現れる分野であるところの環の表現論/群の表現論/代数幾何学/安定ホモトピー論などに於いては基本的な対象であり*¹, (人工的で不自然な概念であるという指摘があるものの) 現時点では重要であるといつて差し支えないでしょう。

三角圏が導入された当時は、導来圏の基本的な性質を証明することはできるもののそれ以上の理論展開は期待できないであろうという意見が多数派を占めていたようです。しかし時代が下るにつれて、 t -構造を通してアーベル圏が構成できることが明らかになったり、“よい”三角圏に対してスペクトラムが構成できることが明らかにされたりと、三角圏論としての研究の成果が広く知られるようになりました。

今回の講演では三角圏を定義するところから始めます。前半では三角圏に於ける議論の雰囲気を知ってもらうことを目指し、基本的な性質を一部概証付きで紹介します。後半では更に対称モノイド構造を乗せた場合について、ある意味で可換環論に類似した理論展開が可能であることを指摘します。そして最後には P. Balmer による Tensor triangular geometry のアイデアとその結果とを紹介をできればと考えています。

以下は注意事項です。まず第一に、Tensor triangular geometry はこの Abstract の執筆時点でまだ勉強している途中であり、私の進捗に応じてオチが変わるやもしれません。第二に、先の注意にも関連しますが、現時点で完全に講演内容が決まっているわけではありません。よって前提知識として沢山の事柄を挙げましたが、そのうちの幾つか(寧ろ圏論とモノイド圏とを除く殆ど全て)は講演中に触れない蓋然性が低くありません。以上のことをあらかじめご了承くださいたく存じます。

References

- [1] alg_d, 圏論, http://alg-d.com/math/kan_extension/.
- [2] 中岡宏行, 圏論の技法, 日本評論社, 2015.
- [3] K. Masaki; S. Pierre, Categories and Sheaves, Springer, 2006.

*¹ 断定しましたが、私は代数幾何学および安定ホモトピー論には蒙いのでこの二つについては伝聞に過ぎません。