

行列環について (alg-d 追憶編)

@waheyhey

行列を知らない人はいないと思います。大学1年生の線形代数では、行列に関する様々な操作や特殊な性質をもつ行列、その応用について勉強します。もう少し勉強が進めば、可逆行列全体や行列式が1の行列全体などが群というものをなすことを学びます。過去のつどいでは、これらの群の表現論的性質についての講演が行われたこともありました。このように、行列・線形変換は大学数学のすべてと言って過言でない分野で現れる身近で重要な対象です。

では、行列全体からなる環についてはどのくらい知っているでしょうか。よくご存知の通りこの環は非可換環であり、我々が必修で学ぶ可換環論の枠組みでは理解することができません。行列はよく使う我々ですが、行列全体のなす行列環の環論的性質は理解することが出来ないのでしょうか。

いえいえ、実はきちんと分かるのです。実はその昔、alg-d さんがつどいでの講演中、ついでのように、いとも簡単にその性質を解き明かしています。(覚えているかな? 覚えていない君は alg-d ファン失格!)

本講演では、開始早々この行列環の性質を解き明かします。それだけでは時間が余るので、そこから派生するさまざまな話題を解説していきます。時間がゆるせば、導来圏を用いる一般的なバージョンなどの現代数学の先端に近い結果もご紹介したいと思います。

前提知識と言っていいのかわかりませんが、当日環と加群の定義を復習する時間はとれないのではないかと思います。

参考文献

- [1] alg-d, 豊穰圏, http://alg-d.com/math/kan_extension/enrich.pdf