

『random forcing についてざっと見ましょう』

田尻翔平

本講演の目的：

骨子

- ・集合論での強制法 (forcing) の議論の雰囲気を紹介したい。
- ・測度論的議論を紹介したい。
- ・強制法といえば Cohen forcing であり、他の強制法についての解説は、世の中に多いとは言えないので、二番目ぐらいに重要であろう random forcing ぐらいざっと見てやってもいいじゃないか。

近年のすうがく徒の驚くべき早熟さ、優秀さを鑑みるに、集合論を勉強しているわけでもないにもかかわらず「集合論には強制法という手法があって、それにより連続体仮説の ZFC からの独立性が示された」ということぐらいを知っているというすうがく徒も少なくないかもしれない昨今の状況を私は感じています。とはいえ、集合論専門家以外の世間一般にとって強制法といえば、代表的な Cohen forcing ぐらいのもので、他の強制法の具体的な議論を掘り下げて解説する話は、集合論を専攻していた私ですらしょっちゅうお目にかかれるようなものではないように感じていました。

一方で、強制法の理論を講義する際には、必ず強制言語の構成の話がやはり必要になってしまいますし、世間一般に対して話す場合は Cohen forcing まで行けばむしろトントンという考え方もあるかもしれません。

そんなこんなで Cohen forcing 以外の forcing が世間のすうがく徒の脳内を踊ることは今後もほぼ無いでしょう。そこで、そんな風潮に対するアンチテーゼとして、私は今回 random forcing について一通り話してみたいと思います。

random forcing とは測度代数の上での forcing のことです。Cohen forcing といろんな意味で対照的なもので、そういった対比についても言及します。また、議論の途中で測度論的議論も使うため、単純に測度代数の性質にのみ着目しても、それなりに興味深い題材であるとも思われますし、むしろそういったところをある程度詳しくやりたいと思っているので、強制法を知らない人にも、聴講で何かを得てもらえたらと思います。

仮定する予備知識：

話の意味が全く分からないということ为了避免するためには、「一階述語論理の完全性定理」と「連続体仮説」のステートメントぐらいは知っているのが望ましいです。Cohen forcing をやったけど random forcing はやったことないなんて人は、講演対象のドンピシャです。

参考文献：

『集合論—独立性証明への案内』 Kenneth Kunen (原著), 藤田 博司 (訳)

特に、今回の講演では第 VII 章演習問題[H21], [H22], [H23] の内容をやります。私の書いた解答が公式サポートページにあるので、それを自力で読んじやった人には今回の講演はあまり実りのないものになるかもしれません。