

Hex ゲームに引き分けがないことの ホモロジー完全系列を用いた証明について

Murai

Hex とは数学者の Hein と Nash が考案した、二人で行うボードゲームである。用いるボードは図 1^{*1} のようなものである。ルールは以下の通り：2 人のプレイヤーは各々赤か青をあらかじめ選んでおき、それぞれの色の石を持つ。交互に自分の色の石を六角形のマスに置いていき、先に自分の色の 2 つの陣地（ボードの端の色のついた部分）を自分の色の石でつなぐことができれば勝ちである。

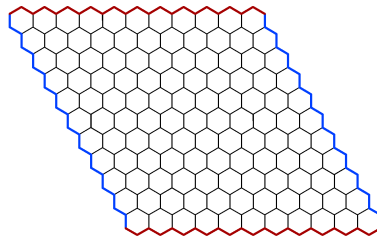


図 1 Hex のボード

さて、Hex については以下の定理が成り立つことが知られている。

定理 1 Hex では必ずどちらか一方のみが勝利する。

本講演では、[1] の第 5 章で述べられている、ホモロジー完全系列（特に空間対の長完全系列とマイヤー・ヴィートリス完全系列）を用いたこの定理の証明を紹介する。

■**予備知識** 抽象ベクトル空間や線形写像についての基本的な知識は仮定します（特に「核 (kernel)」や「像 (image)」の概念が重要な役割を果たします）。（相対）ホモロジー群の定義や簡単な計算例は知っておいていただけるとありがたいですが、90 分枠になった場合は知らなくても大体わかるようにお話ししたいと思います。

参考文献

[1] R. Ghrist, *Elementary Applied Topology*, ed. 1.0, Createspace, 2014. (<https://www.math.upenn.edu/~ghrist/notes.html> で無償配布もされている)

^{*1} <https://boardgamegeek.com/thread/1627317/hex-defining-example-minutes-learn-years-master> より引用。