

“好感度”を定義したら 3 人ゲームの理論が構築できた件について & 倍数判定法の話
関西組合せゲーム理論徒(@Cgt_Kansai)

1. “好感度”を定義したら 3 人ゲームの理論が構築できた件について

組合せゲーム(偶然や運の要素に左右されないゲーム)に関する理論は深く研究され、その中で群や半順序などの数学的構造が定義されると前回の講演で紹介した¹。しかしそれらは 2 人ゲームに対するものがほとんどであり、3 人以上のゲームに対する研究の絶対数は圧倒的に少ない。なぜならば、必ずどちらかのプレイヤーに必勝戦略があった 2 人ゲームと異なり、3 人ゲームの場合は、あるプレイヤーが勝てないが、そのプレイヤーが他の二人のどちらかを勝者にするか選べる、という状況が考えられ、この場合、そのままでは必勝者を確定することはできない。

この問題を回避するために、“好感度”を導入した 3 人ゲームについて紹介する。“好感度”とは、それぞれのプレイヤーが勝たせたいプレイヤーのリストであり、お互いに公開されている。また、プレイヤーはこのリストに従い、必ず最善の手を打つと仮定する。この仮定の下で、必勝者は一意に確定し、さらにその結果を調べると数学的に美しい結果が表れることを紹介する。特別な予備知識は必要とせず、前回の講演をお聞きでなくても問題のないように講演するつもりであるので、ぜひお気軽にお聞きいただきたい。

2. 倍数判定法の話

前項のテーマについては、仮定する予備知識がほとんどなく、高校生等でも十分楽しめるテーマであるが、前回のつどいにおいてそのようなテーマが少ないということが問題提起された。これを受け、本講演では中心となる前項の話の終了後に、小話として“倍数判定法の話”を紹介する。

よく知られているように、ある数が 3 の倍数かどうかを判定するには、すべての桁を足してその和が 3 の倍数かどうかを調べればよい。結果が 3 の倍数ならば元の数も 3 の倍数であり、そうでないなら 3 の倍数ではない。また、ある数が 5 の倍数であることと、その数の下一桁が 0 または 5 であることは必要十分条件である。

実は、このような倍数判定法は、他にもさまざまなものを発見することができる、本講演ではそれらの結果と、その見つけ方を紹介する。以下には付録として本講演で紹介する倍数判定法の一部を掲載した。なお、特別な予備知識は必要としないが、日常的にスポーツとして素因数分解を楽しんでいる方には、より楽しくお聞きいただけるかもしれない。

¹ “こんなところに代数構造！？～組合せゲーム理論の世界～”,第 9 回関西すうがく徒のつどい

3. 付録 ——倍数判定法

以下でならばと書かれているところは逆も成り立つ。

2の倍数…下1桁が偶数ならば2の倍数である

3の倍数…各桁の数を足し、それが3の倍数ならば3の倍数である

4の倍数…下2桁が4の倍数ならば4の倍数である

5の倍数…下1桁が0または5ならば5の倍数である

7の倍数①…3桁ごとに区切り、交互に差と和を取っていく。出てきた数が7の倍数ならば元の数も7の倍数である

7の倍数②…百の位以上を2倍し、下2桁と足す。出てきた数が7の倍数ならば元の数も7の倍数である

7の倍数③…一の位を2倍し、十の位以上と差を取る。出てきた数が7の倍数ならば元の数も7の倍数である

8の倍数①…下3桁が8の倍数ならば8の倍数である

8の倍数②…百の位以上を4倍し、下2桁と足す。出てきた数が8の倍数ならば元の数も8の倍数である

9の倍数…各桁の数を足し、それが9の倍数ならば9の倍数である

11の倍数…1桁ごとに区切り、交互に差と和を取っていく。出てきた数が11の倍数ならば元の数も11の倍数である

13の倍数①…3桁ごとに区切り、交互に差と和を取っていく。出てきた数が13の倍数ならば元の数も13の倍数である

13の倍数②…百の位以上を4倍し、下2桁と差を取る。出てきた数が13の倍数ならば元の数も13の倍数である

16の倍数①…下4桁が16の倍数ならば16の倍数である。

16の倍数②…百の位以上を4倍し、下2桁と足す。出てきた数が16の倍数ならば元の数も16の倍数である

17の倍数…百の位以上を2倍し、下2桁と差を取る。出てきた数が17の倍数ならば元の数も17の倍数である

19の倍数①…下1桁を2倍し、十の位以上と足す。出てきた数が19の倍数ならば元の数も19の倍数である

19の倍数②…百の位以上を5倍し、下2桁と足す。出てきた数が19の倍数ならば元の数も19の倍数である

19の倍数③…下2桁を4倍し、百の位以上と足す。出てきた数が19の倍数ならば元の数も19の倍数である

23の倍数①…下1桁を7倍し、十の位以上と足す。出てきた数が23の倍数ならば元の数も23の倍数である

23 の倍数②…百の位以上を 8 倍し、下 2 桁と足す。出てきた数が 23 の倍数ならば元の数も 23 の倍数である

23 の倍数③…下 2 桁を 3 倍し、百の位以上と足す。出てきた数が 23 の倍数ならば元の数も 23 の倍数である

25 の倍数…下 2 桁が 00,25,50,75 のいずれかならば 25 の倍数である

27 の倍数①…下 1 桁を 8 倍して、十の位以上と差を取る。出てきた数が 27 の倍数ならば元の数も 27 の倍数である

27 の倍数②…3 桁ごとに区切り、全て足す。出てきた数が 27 の倍数ならば元の数も 27 の倍数である

29 の倍数①…下 1 桁を 3 倍して、十の位以上と足す。出てきた数が 29 の倍数ならば元の数も 29 の倍数である

29 の倍数②…下 2 桁を 9 倍して、百の位以上と足す。出てきた数が 29 の倍数ならば元の数も 29 の倍数である

31 の倍数①…下 1 桁を 3 倍して、十の位以上と差を取る。出てきた数が 31 の倍数ならば元の数も 31 の倍数である

31 の倍数②…下 2 桁を 9 倍して、百の位以上と足す。出てきた数が 31 の倍数ならば元の数も 31 の倍数である

32 の倍数①…下 5 桁が 32 の倍数ならば 32 の倍数である

32 の倍数②…百の位以上を 4 倍し、下 2 桁と足す。出てきた数が 32 の倍数ならば元の数も 32 の倍数である

37 の倍数…3 桁ごとに区切り、全て足す。出てきた数が 37 の倍数ならば元の数も 37 の倍数である

41 の倍数…下 1 桁を 4 倍し、十の位以上と差を取る。出てきた数が 41 の倍数ならば元の数も 41 の倍数である

43 の倍数…下 2 桁を 3 倍して、百の位以上と差を取る。出てきた数が 43 の倍数ならば元の数も 43 の倍数である

47 の倍数…百の位以上を 6 倍し、下 2 桁と足す。出てきた数が 47 の倍数ならば元の数も 47 の倍数である。

49 の倍数…百の位以上を 2 倍し、下 2 桁と足す。出てきた数が 49 の倍数ならば元の数も 49 の倍数である

53 の倍数①…百の位以上を 6 倍し、下 2 桁と差を取る。出てきた数が 53 の倍数ならば元の数も 53 の倍数である

53 の倍数②…下 2 桁を 9 倍して、百の位以上と差を取る。出てきた数が 53 の倍数ならば元の数も 53 の倍数である

59 の倍数…下 1 桁を 6 倍して、十の位以上と足す。出てきた数が 59 の倍数ならば元の数も 59 の倍数である

61 の倍数…下 1 桁を 6 倍して、十の位以上と差を取る。出てきた数が 61 の倍数ならば元の数も 61 の倍数である

64 の倍数…下 6 桁が 64 の倍数ならば 64 の倍数である

67 の倍数…下 2 桁を 2 倍して、百の位以上と差を取る。出てきた数が 67 の倍数ならば元の数も 67 の倍数である

71 の倍数…下 1 桁を 7 倍して、十の位以上と差を取る。出てきた数が 71 の倍数ならば元の数も 71 の倍数である

73 の倍数…4 桁ごとに区切り、交互に差と和を取っていく。出てきた数が 73 の倍数ならば元の数も 73 の倍数である

79 の倍数…下 1 桁を 8 倍して、十の位以上と足す。出てきた数が 79 の倍数ならば元の数も 79 の倍数である

81 の倍数…下 1 桁を 8 倍して、十の位以上と差を取る。出てきた数が 81 の倍数ならば元の数も 81 の倍数である

83 の倍数…千の位以上を 4 倍し、下 3 桁と足す。出てきた数が 83 の倍数ならば元の数も 83 の倍数である

89 の倍数①…下 1 桁を 9 倍して、十の位以上と足す。出てきた数が 89 の倍数ならば元の数も 89 の倍数である

89 の倍数②…下 2 桁を 8 倍して、百の位以上と差を取る。出てきた数が 89 の倍数ならば元の数も 89 の倍数である

97 の倍数…百の位以上を 3 倍して、下 2 桁と足す。出てきた数が 97 の倍数ならば元の数も 97 の倍数である