

マリアヴァン解析とファイナンス分野への応用

逢空れい

@ranoiaru

みなさんは、確率微分方程式というのを見たことがあるだろうか。

そう。確率積分とルベーク積分の和によってあらわされるアレだ。

しかし、これを見たことのある人は、疑問に思ったことはないだろうか。「これ、微分方程式じゃなくて、積分方程式じゃね？」と。

その疑問はもつともだ。一般的に持ち出される確率微分方程式というのは、確率積分とルベーク積分による積分方程式を微分形式で書いたものに過ぎない。本当の意味で確率積分と対応する微分というのは、かつて存在しなかった。そこで、新たなる微分を導入し、自由度の高い解析を可能にしたのが、マリアヴァン解析である。

まずマリアヴァン微分と呼ばれる新たな微分を定義する。これにより、確率積分に対する部分積分の公式やが生まれた。マリアヴァン解析が「Wiener 空間上の微積分学」と呼ばれる所以である。

そこから、「クラークの表現定理」について説明し、これがファイナンスにおけるヘッジング問題などにおいて、如何に有用かを解説する。

余力があれば、内部情報を持った人間の投資行動、つまりインサイダー取引の数学的研究の話題などにも触れたい。

数学的な完璧さを重視するより、なるべく平易で初見の人にも雰囲気くらいは掴んでもらえる解説を心がける。前提知識は、もちろん確率積分や伊藤の公式まで知っていることが望ましいが、ルベーク積分や測度論的確率論の基礎を理解していれば概要くらいはわかるように解説するつもりだ。