

掛け算順序について

～そもそも整数の掛け算とは～

遊びまくって研究してない大学院生

s.t.fake

January 11, 2016

ここ数年ツイッターで人気沸騰中の掛け算順序について。内容はいたってシンプルで、小学校の算数教育において文章題を立式する際に可換性を用いてよいかというものである。例えば次の問題である。

☆ 問題

ノートを6冊買いました。一冊150円でした。いくら支払えばよいでしょう。立式し、答えを求めなさい。(文科省1951年指導要領、改題)

賢明な諸君なら立式も答えもバッチリであろう。答は次である。

☆ 答え

(式) $150 \times 6 = 900$ (答え) 900円

※ $6 \times 150 = 900$ という式は文章が理解できておらず誤った解決である。

実際私も小学5年の時にこの掛け算順序の問題でバツをもらった記憶がある。ちなみに最近では掛け算ではなく足し算においても可換性を用いて良いのかとか、掛け算で書くべき式を足し算で書いた場合の正誤についてなども議論に上がっている。たとえば次の事例がある。

☆ 問題

半径4cmの円の直径の長さを求める式として $4 + 4 = 8$ は誤りか。

☆ 答え

直径の定義は半径の2倍なので誤り。

個人的にこれは四則演算の「計算方法」は学んだがその「定義」を正しく理解していない事によるのではないかと思っている。

掛け算順序問題の起源は 1951 年の文科省の指導要領によるもの（らしいの）だが、依然として解決を見ない。この講演ではこの掛け算順序について様々な見地から考察し、教育に携わる（特に小、中学）方に四則演算やこの問題について考えていただくことを目的とする。対象者として考えているのは上記のように教育に携わる（予定の）方であるが、

- 自然数、整数、有理数などの定義は？
- なぜゼロで割れないのか？
- 分数の割り算は、なぜ分子と分母をひっくり返してかければよいのか？
- なぜ分数には既約分数という概念が必要か？

以上の質問にすぐに答えられないような方も対象とする予定である。特に整数、有理数の定義は数学科でも実際に扱うことは少ないと思われるので（もちろん数学科ならば自分で学習すべきだとは思いますが）そういう方も遠慮せずに聞きに来ていただいて構わない。

この講演ではまず自然数を構築し、その後整数、有理数を定義する。そしてそれらの演算を定義して、和と積がそれぞれ交換法則を満たすことを確かめる。その後掛け算問題に関しての話題を提供し、可能であれば右作用、左作用についても少し話をしたいと考えている。

必要とする予備知識は基本的な集合論（集合の直積や写像など）とする。高校生にも理解できるよう配慮はするつもりである。それ以外は特に必要とはしないが、群や加群についての代数的な知識があればより楽しめる（？）だろう。