

無限ゲームと優先法

@functional_yy

January 14, 2016

概要

優先法(priority argument)は計算可能性理論に於ける主要な証明技法である。優先法を用いて証明される定理としては, Friedberg-Muchnikの定理

0 と $0'$ の間に比較不能なc.e.次数が存在する

が有名である。抽象計算量理論の有名な定理としては, Blumの加速定理, 作用素ギャップ定理, honesty定理などがある。本講演では幾つかの優先法による証明をゲームの言葉を用いて再構成することを試みる。これにより優先法による証明の気持ちを理解する助けになるものと思われる。具体的には次の定理を証明する。

定理 (Friedberg 1958). Friedbergナンバリングが存在する。

定理 (Pour-El 1964). 還元可能性の意味で比較不能な2つのFriedbergナンバリングが存在する。

定理 (Khutoretskii 1969). 還元可能性の意味で比較不能な可算無限個のFriedbergナンバリングが存在する。

余裕があれば次も証明する。

定理 (Khutoretskii 1971). 還元可能性に関する無限昇鎖が存在する。

予備知識

本講演を理解する為には計算可能性の適切な直観的イメージを持っていれば十分である。ここで適切なイメージを持っているというのは、何か実効的なアルゴリズムが提示されたときに、それが確かに実効的に可能であると感じることができ、何か実効的ではないアルゴリズムが提示されたときに、それが実効的であるかどうか怪しい、あるいは実効的ではないと感じることができる、というような意味である。

References

- [1] Richard M. Friedberg. Three Theorems on Recursive enumeration. I. Decomposition. II. Maximal Set. III. Enumeration without Duplication, *Journal of Symbolic Logic*, 23(3), 309-316 (1958).
- [2] A. B. Khutoretskii. On the reducibility of computable numerations, *Algebra and Logic*, 8(2), 145-151 (1969). Translated from *Algebra i Logika*, 8(2) 251-264 (1969).
- [3] A. B. Khutoretskii. On the cardinality of the upper semilattice of computable enumerations, *Algebra and Logic*, 10(5), 348-352 (1971). Translated from *Algebra i Logika*, 10(5) 561-569 (1971).
- [4] Martin Kummer. An easy priority-free proof of a theorem of Friedberg, *Theoretical Computer Science*, 74(2), 249-251 (1990).
- [5] Marian B. Pour-El. Gödel Numberings Versus Friedberg Numberings, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 15(2), 252-256 (1964).