

Sierpiński gasket の構成

ひろし @ebsur

平成 28 年 3 月

1 概要

フラクタル (fractal) という言葉をご存知でしょうか?

今現在フラクタルの数学的定義はありませんが, Cantor set, Sierpiński gasket, Sierpiński carpet と呼ばれる不思議な集合たちがその例と言われています. 不思議な集合というのも, 例えば Cantor set は特別な性質を持つ集合の例として測度論の教科書によく取り上げられます. このように集合の見た目なども考慮してみても, これらのフラクタル集合は (上の 3 つの集合も含め) 不思議な集合たちの集まりであることが分かります.

しかし, これらフラクタルと言われる集合の多くには自己相似性という共通点があります. (自己相似性を持つ集合を自己相似集合といい, 特に上の 3 つの図形は自己相似集合です). ここで, もし統一的な自己相似集合の構成法というものがあれば, その構成法により (すべてのフラクタル図形ではありませんが) 多くの不思議なフラクタル集合をまとめて構成できるということになります. 実はその構成法は存在し, 講演ではこの自己相似集合の構成法をお話ししようと思います. 発表する講演の内容 (目標) を次のように予定しています.

1. 自己相似集合の定式化
2. Hausdorff 距離の導入・性質
3. (例として) Sierpiński gasket の構成

前提知識として, 距離空間における基本的な知識 (コンパクト性, 閉包, 完備性など) を仮定します. 縮小写像の原理を知っていると, より内容が理解しやすいと思います.

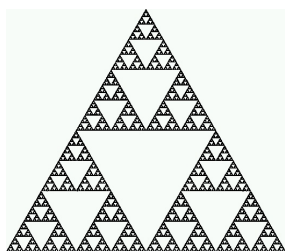


図 1: Sierpiński gasket

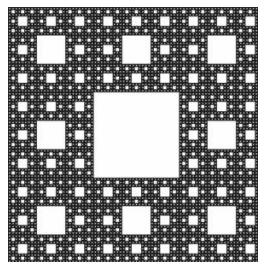


図 2: Sierpiński carpet

参考文献

- [1] 山口昌哉 畑政義 木上淳 ; 岩波講座 応用数学 対象 7 フラクタルの数理
- [2] Jun Kigami ; Analysis on Fractals (Cambridge Tracts in Mathematics)