

公理追加型数学

@alg_d

皆さんは「追加する」ということについて考えたことがあるでしょうか。

とりあえずここでは ZF という集合論の公理系を基本として考えましょう。具体的な内容はともかく、名前だけは聞いたことある人も多いのではないのでしょうか。この ZF と呼ばれるものに、新たな公理を追加する場合があります。

例えば選択公理を追加した公理系は有名で ZFC と呼ばれます。他にも弱い選択公理 (従属選択公理や可算選択公理など) を追加する人や別の過激^{*1}な公理 (LM^{*2}や BP^{*3}など) を追加する人もいます。または、基本となる公理系を ZF ではなく別の物とする場合もあります。

こういった、公理の追加をする時に気になるのは、追加したことで問題が発生しないか、つまり矛盾しないか、ということです。そもそも ZF が矛盾していたらもうどうしようもないので、とりあえずここでは ZF は矛盾していないことにしましょう。このとき選択公理を追加することで矛盾してしまうことはないのか? 他の場合はどうか? というのが考えたいことです。

実は、これらについては色々なことが知られています。例えば (ZF が矛盾しなければ) 選択公理を追加しても矛盾しないことが知られています。こういうことがどうやったら証明できるのか、というのをこの講演では説明しようと思います。

参考文献

- [1] ルール追加大富豪の本質がルール追加にあることに気が付いた伝説の回 ~セルフドボン~, <http://togetter.com/li/818146>

*1 個人の感想です

*2 LM: 任意の $X \subset \mathbb{R}$ が Lebesgue 可測である

*3 BP: 任意の $X \subset \mathbb{R}$ が Baire 性を持つ