

五色定理・七色定理

横田真秀 (あーく)

四色定理はその内容の理解しやすさ、証明の困難さなどから話のネタになりやすく、グラフ理論を特段学んだことのない人にまでよく知れ渡っている有名な定理である。さて、この四色定理はグラフ理論の中では彩色と呼ばれる分野に属する問題なのだが、この分野には他にも様々な面白い定理があるというのにどうもそれらは四色定理の影に隠れてあまり知られていないように思われる。それではそれらの定理があまりに不遇ではないか、ということで、本講演では彩色に関するいくつかの定理を紹介しようと思う。

具体的には、四色定理より弱く証明が易しい、球面グラフにおける五色定理

Theorem 1. グラフ G が S^2 に埋め込まれるとき、 G は 5-彩色可能である。

の証明を紹介し、彩色問題の概略を感覚的に掴んでもらうところからはじめ、そこからトーラスにおける七色定理

Theorem 2. グラフ G が T^2 に埋め込まれるとき、 G は 7-彩色可能である。

を紹介、そしてつい勢い余って Heawood 数の話をしてしまう予定である。

ごく基礎的なところから話すので予備知識は不要です。「そもそもグラフって何?」という人でも聞ける講演にします。