

高校生でもわかる三大作図問題

monariz (Twitter:@monariz_arxiel)

2015/09/22,23

1 概要

この講演は、「三大作図問題」を高校までの知識で理解できるようになることを目標にしたものです。そもそも、三大作図問題とは、コンパスと定規だけを使って

1. 与えられた円と等しい面積をもつ正方形を作ること（円積問題）
2. 与えられた立方体の体積の2倍に等しい体積をもつ立方体を作ること（立方体倍積問題）
3. 与えられた角を三等分すること（角の三等分問題）

の3つで、紀元前ギリシア時代に問題が作られたのにもかかわらず、1が1882年(Lindemann),2,3が1837年(Wantzel)と2000年近く解決までに時間を要しました。この問題に解決の方法を与えたのが、「代数学」という分野です。代数学は、簡単にいえば「集合の構造を調べる」学問で、例えば整数 \mathbf{Z} では足し算、引き算、掛け算はできますが割り算は必ずしもできるとは限りません。これを有理数 \mathbf{Q} にすると割り算もできます。これが集合の構造です。集合の構造を比べることで、5次以上の方程式の解の公式がないことや正多角形の作図などの様々な問題が解決されます。

さて、この講演ではまず作図可能な数の全体は体という四則演算ができる集合の構造を持っていることを示し、作図可能な数の全体に作図問題の方程式の解が入っていないことを示します。結論から言えば、三大作図問題は全て作図不可能になります。どうして不可能なのか、「代数学」を用いて調べていきましょう。

2 キーワード

代数学, 作図問題, ガロア理論, 体

3 参考文献

1. 雪江 明彦『代数学 2 環と体とガロア理論』, 日本評論社, 2010
2. 桂利行『代数学 3 体とガロア理論』, 東京大学出版会, 2005

4 対象者, 予備知識

対象者: 高校生, 学部 1~2 回生.

必要知識: 最低限数学 II, A (高次方程式, 図形と方程式, 三角関数, 作図) まで. 線形代数を一部使いますが、理解していなくても十分楽しめます.