Neyman-Scott 問題と情報幾何

鳩

1 概要

情報幾何は情報の豊かな構造を幾何学により表現する方法の一つであり，統計的推論の仕組みを幾何学の立場から捉える試みから生まれた数学理論である．統計的推論では，確率分布の族を考え，観測されたデータから真の確率分布を推論する．

測定誤差 σ^2 の秤と重さ $\alpha_i\,(i=1,2,...,n)$ の資料 i がある．ただし，σ，α_i はともに未知である．資料 i をこの秤で j 回目に測った値を x_{ij} とし，x_{ij} は次の確率分布に従うものとする．

$$p_{ij}(x_{ij}\mid\alpha_i,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(\frac{-(x_{ij}-\alpha_i)^2}{2\sigma^2}\right)$$

以上の設定の下，測定誤差 σ^2 を求めたい．一体どのように推定すればよいだろうか．一つの考えは、尤もらしさが最大になるように未知パラメータを定めることである．すなわち，未知パラメータ θ を持つ確率分布 $p\,(x,\theta)$ に対し，

$$\max_{\theta} p\,(x,\theta)$$

を実現するパラメータ θ を採用するのである．このようなパラメータの推定法を最尤推定法と言い，今回の場合には $\theta=(\sigma^2,\alpha_1,...,\alpha_n)$ である．この方法は尤もらしく思われるだろう．しかしながら，実はそうではないのである [1]．ではどのように推定すれば良いのであろうか．そこで活躍するのが，情報幾何である．

2 講演内容

今回の講演では，上述の問題において最尤推定法がうまく機能しないことを [1] に従って述べ、[2]，[3] を元に情報幾何について解説する．そして，情報幾何が如何にしてこの問題を解決に導くかについて述べる．時間が許せば，[2] の三章にあるような，より発展的な内容についても述べたい．

3 補足

[3] には日本語版もあるため，英語版が苦手な方はそちらを参照されたい．また，[2] の微分幾何の章は直感的説明を目指しているために数学的に書かれているわけではない．数学的厳密性にこだわるのであれば，例えば [4] を参照することを薦める．

参考文献

[1] J. Neyman and E.L. Scott, Consistent estimates based on partially consistent observation,*Econometrika*, 16, 1-32, 1948.

[2] 甘利俊一,「情報幾何学の新展開」，サイエンス社，(2014).

[3] S.Amari and H.Nagaoka, Method of Information Geometry, American Mathematical society and Oxford University Press, 2000.

[4] 塩谷隆,「重点解説 基礎微分幾何」，サイエンス社，(2009).