モジュライと幾何学的不変式論

早稲田大学基幹理工学部数学科 3 年　@waheyhey

代数幾何学は古典的な座標幾何，射影幾何学の血を引く伝統的で自然な幾何学のひとつです．その基礎付けは有名な Hartshorne の教科書 [1] で解説されているスキーム理論および層のコホモロジー理論を用いてなされています．これらの基本的な代数幾何語を話せるようになるにはそれなりの時間と労力がかかるのは事実ですが，実はそれらの基礎を学ばずとも言わんとしていることを感じ取るのは難しいことではありません．今回は環論の言葉と線型代数の知識のみで，具体的な計算を通して代数幾何学の一部分を紹介したいと思います．特に巷で噂されるような抽象的で難解なものではないということが伝われば幸いです．

代数幾何学に限らず幾何学とは与えられた幾何学的対象の分類を与えることを目標の一つに据える分野です．もっとも，これはかなりボカした言い方で分類の意味することも様々ですが，分類のひとつのあり方としてあるのがモジュライの考え方です．なにかしらの数値的不変量を定め，それに対して特定の値をとる対象全体に幾何的な構造を与えたものをモジュライといいます．今回は

モジュライとはどのようなものであるか（またはあるべきか）．
なぜモジュライを与えることで幾何的対象を分類したと言えるのか．

および

モジュライを具体的に構成するにはどういった方法があるか．

を一つの具体例の計算を通してお話ししたいと思います．モジュライ問題は問題ごとに様々で，全てに通じる一般論と呼べるものはありませんから，今回紹介できる具体例も沢山あるうちの一つですが，周辺分野との関わりなども含めながらしっかりお伝えできたらと思います．あくまで線型代数と環論の具体例の計算に徹して，代数幾何や幾何学的不変式論の一般論などは一切説明しませんので悪しからず．

がんばって発表します！よろしくお願いします！

参考文献

[1] Robin Hartshorne, “Algebraic Geometry”, GTM 52, Springer-Verlag, 1977.

[2] S. Mukai, “An Introduction to Invariants and Moduli”, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 81, Cambridge University Press, 2002.

[3] D. Mumford, J. Fogarty, R. Kirwan, “Geometric Invarinat Theory”, Third Enlarged Edition, Ergebnisse der Mathematik und Grenzgebiete 34, Springer-Verlag, 1992.