

お医者さんごっこ

CompactHausdorff 山田

「手術理論」という名前は聞いたことがあるけどどんな理論なのか知らないからちょっと気になる、単純に色んな幾何の話に興味がある、という人向けに手術理論のさわりを説明します。仮定する知識は学部三回生程度の幾何学の知識 (多様体, 特異 (コ) ホモロジーなど) です。

「手術」とは、究極に大雑把に言うと多様体の一部を切って元と少し違う物を貼り付ける操作、もう少しちゃんと言うと多様体のホモトピー群 (の元) を変えようとする操作です。ホモトピー論で位相空間に対して行われる操作 (胞体を接着するなど) を多様体に適用すると、出来上がる空間が多様体である保証はありません。手術はこの問題を可能な範囲内でうまく切り抜けて多様体のカテゴリの中で操作を完結させようという試みであるとも捉えられます。今回は「コンパクトな CW 複体 X が与えられた時に、 X はコンパクト多様体のホモトピー型を持つか？」という問いを手術を使い解決していく理論の流れを大まかに紹介したいと思います。なるべくホモトピー論の基本的な考え方から説明していくつもりです。

参考文献

- [1] A. Hatcher, *Algebraic topology*, Cambridge University Press, 2001.
- [2] W. Lück, A Basic Introduction to Surgery Theory, In F.T. Farrell, L. Goettshe, & W. Lück (Eds.), *Topology of High-Dimensional Manifolds*, Volume 9 of ICTP Lecture Notes Series, pp.1-224, ICTP Publications, 2002.
- [3] A. Ranicki, *Algebraic and Geometric Surgery*, Oxford Mathematical Monographs, Oxford University Press, 2002.