

公理的集合論入門

静間 莊司 @souji04261

過去つどいには第3回から参加していますが、今回初めて講演に挑戦してみようと思います。今年度より公理的集合論を勉強し始めたので、自分の理解度を発表を通して確認したいと考えています。

90分の発表時間をだいたい60分と30分に分けてテーマを変えつつ発表したいと思います。

(前半60分)

公理的集合論のちょっとした歴史とZFC公理系からの数学の展開（これはおそらく集合論を学び始めた学生共通の入門事項だと思います）を説明し、その過程で順序数、基数の理論に少し触れたいと考えています。ZFC公理系は集合に関する公理系なので、集合に対してしか表現能力を持ちませんが、その中でも数学に必要な不可欠な概念、自然数、関数などを集合として定義するに十分（すぎる）な公理系です。ZFC公理系からの数学の展開とはそれら数学に必要な概念を定義し、存在性（必要なら一意性も）を公理から確かめていく行程のことを指します。

(後半30分)

内容はこれから考えますが何かもう少し発展的な集合論らしい内容を紹介出来たらなと考えています。今のところ、基数理論をもう少し進めるか、いくつかの公理により注目して観察してみるかを考えています。

「入門」とつけたので前提知識は仮定しません。というより出来ないといった方がいいかも知れません。主に前提にしたいのは述語論理の知識なのですが、数学科で強制的に学ぶものでもないと思うからです。よって前半60分で少しだけ説明して公理的集合論へ繋げたいと考えています。もし事前に予習しようと考えている方には以下の三つを挙げます。

- ・ 一階述語論理、述語言語における「論理式」、「閉論理式」とは？
- ・ それらの論理式の「モデル」、「なんらかの解釈で真であること」とは？
- ・ 論理式が「証明可能」とは？

これらに対しては以下のテキストを参考文献におススメします。

- ・ 『論理学をつくる』（戸田山 和久）
数理論理学に発展するテキストではないのですが論理学自体を学びたい方にオススメです。
- ・ 『数理論理学の基礎・基本（理工系数学の基礎・基本）』（坪井 明人）
これは論理学を数理論理学、数学基礎論へ応用することを前提に書かれているテキストで、完全性定理をしっかりと解説した数学書です。このテキストの4章までの述語論理に関する定義（上に挙げたもの）などを理解していれば発表はかなり聞きやすいと思います。
- ・ 『数理論理学 講義ノート（2013年度版）』（嘉田 勝）
私の先生の授業用PDFで、ネット上でダウンロード出来ます。題名で検索してみてください。

集合論部分の発表には自分の知識不足から多くのテキストを参考にしたいと思います。主に発表の本筋で使用するテキストは

『The Foundations of Mathematics』（Kenneth Kunen）

です。これは今年度に私が集合論の基礎を学んだテキストで、数学基礎論の入門にとっても良いと思います（洋書ですが）。