

作用素環論入門

食パンの耳 @bread_crust

作用素環論というのは関数解析学の一分野であり、平たく言えば行列の集まりについての性質を調べる分野です。但し、今回出てくる“行列の集まり”は AF 環と呼ばれるもので、有限次元の行列からなる列のある種の極限として得られる（一般には無限次元にもなる）環です。無限次元なので情報を引き出す時には位相や代数の力を借りないとただでさえ難しいですし、AF 環を含むより広いクラスの C^* 環で考えると、例えば 2 つの C^* 環が同型かどうか調べる有力な手法はありません。

さて、わざわざこのような書き方をしたということは気付かれた方もいると思いますが、AF 環においては同型を判定するのに非常に強力な理論があります。 K 理論です。この理論を用いると、AF 環から作られる K 群の構造を調べることで、同型を除いて AF 環が完全に決定されてしまいます。

今回の講演では K 理論の AF 環への応用を紹介することを通して、作用素環論の雰囲気伝えられればと思います。予備知識として関数解析について学部生で習う程度のことを知っているのと聴きやすいと思いますが、他分野の方や学部 1、2 年生にも雰囲気が伝わるようにしたいと思います。