

290 定理

関 真一郎

2次形式(たとえばここでは整数係数正定値2次形式を意味する) $q(X_1, \dots, X_n)$ が自然数 r を表現するとは, $q(x_1, \dots, x_n) = r$ を満たすような $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$ が存在するときをいう. 全ての自然数を表現するような2次形式はユニバーサルであるという. ユニバーサルな2次形式の探求における最初の結果は定理 1 (Lagrange の4平方和の定理). $X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$ はユニバーサル.

である. その後, 色々な数学者による探求を経て, 近年 Bhargava と Hanke によって次の定理の解決が宣言された.

定理 2 (290 定理). 2次形式が次の29個の整数たちを表現すれば, その2次形式はユニバーサルである.

1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 13, 14, 15, 17, 19, 21, 22, 23, 26,
29, 30, 31, 34, 35, 37, 42, 58, 93, 110, 145, 203, 290

この定理を紹介し, 290 という数字を好きになってもらうのが本講演の目的である.