

偏微分方程式の逆問題—拡散方程式の数学と物理と工学

相転移 P (@phasetr)*

2013-08-01

1 概要

大雑把に言って入力から出力を求める問題を順問題といい、出力から入力を推定する問題を逆問題という。つどいで物理・工学系の話題が少ないので、自分の専門ではないが反応を取る目的も兼ね、この方面に関して入門的な話をしたい。今回は不幸なことに身近な問題になってしまった放射性物質の拡散問題を題材にする。現実には即し過ぎるとあまりに難しいので、状況は適当に扱いやすく変える。

順問題と逆問題という問題の設定法がある。原発事故が起きて放射性物質が漏れ出したという場合を考えると、例えば 2 号炉で事故が起きたときに放射性物質がどう拡散していくかという問題設定をするのが順問題で、放射性物質の拡散具合からどの炉で事故が起きたかを推測するのが逆問題と想っている。レントゲンや非破壊検査も逆問題であり、逆問題はとても身近な問題だが、とくに数学科で触れられることは少ないだろう。講演ではこのような逆問題について初等的な話をしたい。

数学として突っ込んだ話よりも、数学を使う上で何が難しいかといった話や物理・工学的に考えてどうかという部分を中心に。例えばシミュレーションに関わる問題として、解の存在や一意性、安定性が現実的に決定的に大事になる。またシミュレーションする上でまともな時間内で計算結果を出すことをも大事であって、プログラミングや計算効率・収束速度についても真剣に検討する必要がある。また拡散方程式自体、本当に現象をきちんと表現できているのか、という問題もある。応用数学が死ぬ程つらいことを実感してもらえよう、こうした問題の中から適宜話題をピックアップして概観する。

2 予定内容

順番や内容の詳細は変わる可能性がある。

1. 工学的要求: 解の安定性など
2. \mathbb{R}^1 上の拡散方程式の基本解の物理
3. 拡散の逆問題の物理的難しさ
4. 解の存在と正則性: 工学的現実と数学的困難
5. 数値計算との関係

3 講演の対象

学部 2-3 年程度を対象にする。予備知識としては拡散方程式と空間領域 \mathbb{R}^1 のときの基本解 (熱核) を知っていること、拡散現象に関する常識的な感覚を前提にする。詳しいことを知っている必要は全くないが、物理的な問題を考えるときに特殊相対論 (光速度一定の法則) なども話題にする予定。

4 予備知識

数学的な予備知識については [2, 1, 3] が参考になる。

References

- [1] 金成煥, 山本昌宏. 『熱方程式で学ぶ逆問題 Fourier 解析 関数解析から数値解析まで』. サイエンス社, 3 2008. None.
- [2] ことりん. 偏微分方程式のお話 解の存在について. *none*, pp. 1-25, 3 2012. None.
- [3] 宣好登坂, 和栄大西, 昌宏山本. 『逆問題の数理と解法 偏微分方程式の逆解析』. 東京大学出版会, 12 1999. None.

*phasetr@gmail.com