

けんろん！ ～Category!GIRLS～

大阪大学 s.t.fake

みなさんはじめまして。大阪大学のふえいくこと s.t.fake と申します。今回はこの関西すうがく徒の集いで発表の機会を頂いたので、いまゼミと並行してそれとなく勉強している圏論についてお話ししようかなと思います。話すといっても代数幾何の計算とかに使いたい部分を中心をやっているの、基礎論とかに突っ込んだりはしない予定です。ふえいくさんの発表には基本的に初学者の人達が来ると相場が決まっているので、とりあえず基本的なところを飛ばさずにやっさいかなと思っております。とはいっても時間の都合上飛ばすところは飛ばすだけけどね！！！！

内容はそこまで難しくないはず。一応集合論とか線形代数、あと群の定義とか群準同型の知識あれば嬉しいですね。もっと贅沢を言えば複体とか完全系列とか、射影分解とか知っていると話がすんなりと進みますが、そこまでは流石に要求はしないつもりですヨ。興味持ってもらえて、そこからいろいろ発展していくといいなあと思います。あと、圏論って大抵大学の講義でやらないので結局自分でやるしかないんですね。入りは全然難しくないし、圏論専門にしない限りそこまで難しくないはず。むしろ他の分野と合わさった時に難易度がちょっと上がるかな程度…

※興味持ったはいいけど「そのうちそのうち…」とか思っているとやるとき無いよ！俺みたいになるよ！

さて、今日みなさんにお話するのは圏 (Category) なのですが、この資料では定義とかは描かずに、なんで圏を考えるかみたいなのを描きます。

$f : A \rightarrow B$ とする。このとき、 A のことを「定義域」、 B のことを「終域」とか言ったりします。もちろん A 、 B は集合です。さてここで問題。

X を集合とします。 f を、 X に対して「その部分集合全体 $P(X)$ 」を対応させるものとします。

$f : X \mapsto P(X)$ は写像…？だとしたら定義域と終域は…？

Prop : ラッセルのパラドクス

A を、集合全体を集めたものとする。このとき、 A は集合でない。

つまり $f : X \mapsto P(X)$ は一般に写像、とは言い難いわけですね (写像とは集合から集合への対応、一方この f は「集合ではない何か」から「集合ではない何か」への対応となる！) ところが実際こういう写像もどきも写像みたいに扱いたいわけですよ。

この疑問を解決 (?) するのが圏論のモチベーションというか生まれみたいなものです。実際はこんなこと考えずにもっともっと応用効かしていくんだけど、それはまたいずれということで、今回は圏とは何か、それから圏を考えるモチベーション的なものを当日にお話出来ればと思います。

※誤字脱字、それから無いとは思いますが数学的間違いなどあれば↓へどうぞ。