

# Coarse 幾何入門

山元 不全

距離構造は空間に入る幾何学的な構造の中でも特に強いものの一つである。それゆえ距離構造は非常に多くの情報を持っているが、逆に適応範囲が狭いという欠点もある。その欠点を補う距離構造の拡張概念としてよく知られているものが一様構造である。一様構造は距離の等質的な性質のうち局所的な構造を取り出したものだが、今回紹介する coarse 構造は距離の等質的な性質のうち大域的な構造を取り出して得られた。

例えば  $\mathbb{Z}^n$  と  $\mathbb{R}^n$  は局所的には全く異なる空間だが coarse の意味では同一視することができる。ではこの二つの空間からどのような共通の性質を取り出すことができるだろうか。空間に対してもっと基本的な性質の一つに次元があるが、位相次元については  $\mathbb{Z}^n$  は 0 であり  $\mathbb{R}^n$  は  $n$  となる。このような位相的には異なるが coarse の意味では等しい空間に同じ次元を定義するために考えだされた次元が漸近次元である。漸近次元は  $\mathbb{Z}^n$  も  $\mathbb{R}^n$  も  $n$  となる。

coarse 構造は特に幾何学的群論において非常に重要なキーワードである。今回の講演では位相群における coarse 幾何を中心に coarse 幾何の基本事項について解説して行く予定である。時間が有れば coarse 幾何の圏論的構造やホモロジー論についても述べたい。