

# フェルマーの二平方和定理と二次形式

大阪大学 s.t.fake

みなさんはじめまして。大阪大学の s.t.fake と申します。今回はこの関西すうがく徒の集いで発表の機会を頂いたので、ちょうど今まで4回のゼミで勉強していた二次形式と、その導入としてフェルマーの定理を例にあげて見ていこうかなと思っております。ちなみにそこまで深く知ってたりはしないので自分の知識を増やそうとかそういう目的もありますが...

なおフェルマーの定理と小定理と最終定理とかいろいろありますが今回扱うのは二平方和定理とか言われているやつです。

マスハラだけは勘弁してね！（違

内容はそこまで難しくないはずですが。例にもよってフェルマーの定理くらいは高校の知識があれば大丈夫です。それ以外もなるべく知識はிரない説明を心がけますです。（よって証明とかは多分あんまりしないです。）興味持ってくださいの方はここから自分で色々やってもらえればなと思います。

興味持ったはいいけど「そのうちそのうち...」とか思っているとやるとき無いよ！俺みたいになるよ！

さて、今日みなさんにお話するのは主に二次形式なのですが、まあそもそも二次形式とはなんぞやるところですね...

## Def : 二次形式

$a, b, c \in \mathbb{R}$  とする。このとき、

$$f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$$

の形をしたものを、二次形式という。また二次形式の判別式  $D$  を

$$D = b^2 - 4ac$$

と定める。なお今後扱う二次形式は  $D$  が平方因子を持たないものとする。

さて、これの応用として例えば（と言ってもあまりこういう使われ方はしないのですが）こんな定理が二次形式のお話に持ち込めます。上で  $a = c = 1, b = 0$  とすればこの形です。

## Thm : フェルマーの（二平方和）定理

$p$  : 奇素数 とする。この時、 $p = x^2 + y^2$  をみたす整数  $x, y$  が存在  $\Leftrightarrow p$  は 4 で割って 1 余る

つまり関数  $f$  が素数になるのは...という話です。あと計算方法として幾つか準備することもあるかと思いますが、それはまた当日にでも...

誤字脱字、それから無いとは思いますが数学的間違いなどあれば へどうぞ。